

Ģeometrijas uzdevumu veidi matemātikas olimpiādēs pamatskolā

15.03.2023.

Ilze Veinberga

Meistarklase

Ģeometrijas uzdevumu veidi matemātikas olimpiādēs pamatskolā

Mērķauditorija

- Matemātikas skolotāji, kas māca 7. – 9. klasēs matemātikā

Sagatavoja

- Āgenskalna Valsts ģimnāzijas matemātikas skolotāja Ilze Veinberga

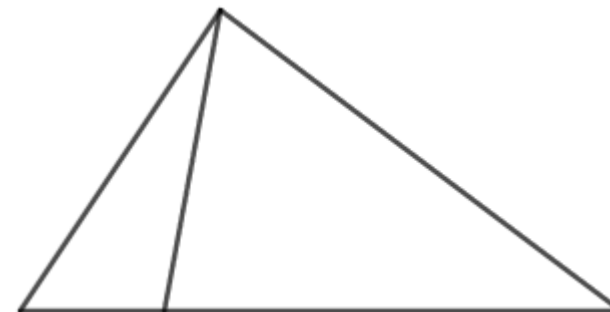
Anotācija

Skolotāji iepazīs ar galvenajiem ģeometrijas tematiem, kas tiek izmantoti matemātikas olimpiāžu ģeometrijas uzdevumu risināšanā katrā klašu grupā (7. – 9. klases). Skolotāji individuāli un kopīgi veidoja uzdevumu risināšanas stratēģijas un dalījās ar dažādiem atrisināšanas variantiem. Iepazīnās ar atrisināšanas posmiem, kurus nepieciešams trenēt skolēniem, kas tiecas uz olimpiādēm, piemēram, zīmējumu pareiza konstruēšanā un papildināšana. Kā arī ieguva vispārīgu uzdevumu komplektu ar atrisinājumiem, ko izmantot savā ikdienas darbā, gatavojot skolēnus.

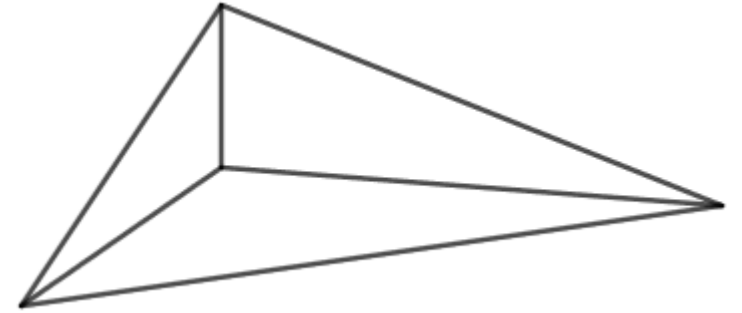
7. klase

- Aprēķina nogriežņa garumu kā citu nogriežņu garumu summu, starpību, izmantojot **viduspunkta īpašību**.
- No situācijas apraksta nosaka, vārdiski raksturo un pieraksta, kas ir zināms/dots un kas jāpierāda.
- Aprēķina leņķa lielumu, lietojot **blakusleņķu, krustleņķu** īpašības.
- Nosaka trijstūra eksistenci, lietojot **trijstūra nevienādību**.
- Pierāda figūru īpašības, lietojot **trijstūru vienādības pazīmes**.
- Aprēķina figūru lielumus, lietojot **vienādsānu trijstūra** īpašības.
- Aprēķina figūru lielumus, lietojot **trijstūra augstuma, mediānas, bisektrises** definīcijas.
- Lieto **sakarības, kuras pastāv starp malām un leņķiem trijstūros**, lai pamatotu figūru īpašības un savstarpējo novietojumu, aprēķinātu nezināmo lielumu.
- Lieto **leņķu, kuri veidojas, ja divas paralēlas taisnes krustojas ar trešo taisni**, īpašības, lai aprēķinātu nezināmos lielumus, formulētu apgalvojumus par figūru īpašībām.
- Lieto **trijstūra leņķu summu**, lai aprēķinātu nezināmos lielumus, formulētu apgalvojumus par figūru īpašībām.

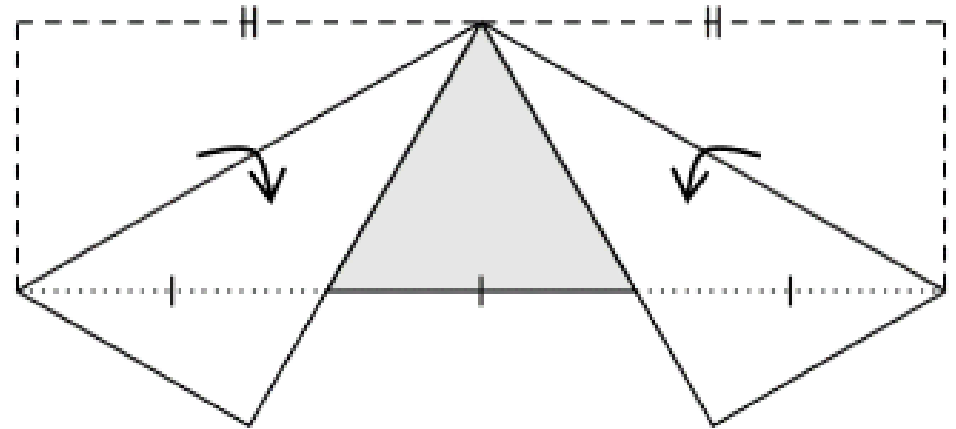
7.1. uzdevums. Uz trijstūra ABC malas AB izvēlēts patvaļīgs iekšējs punkts D .
Pierādīt, ka $CD > \frac{1}{2}(CA + CB - AB)$.



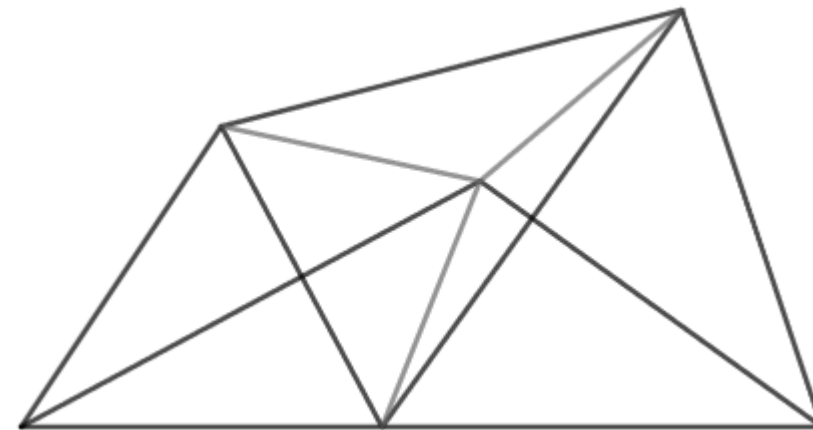
7.2. uzdevums. Dots trijstūris ABC un punkts M trijstūra iekšpusē. Pierādīt, ka $MA + MB + MC > \frac{1}{2}P_{ABC}$.



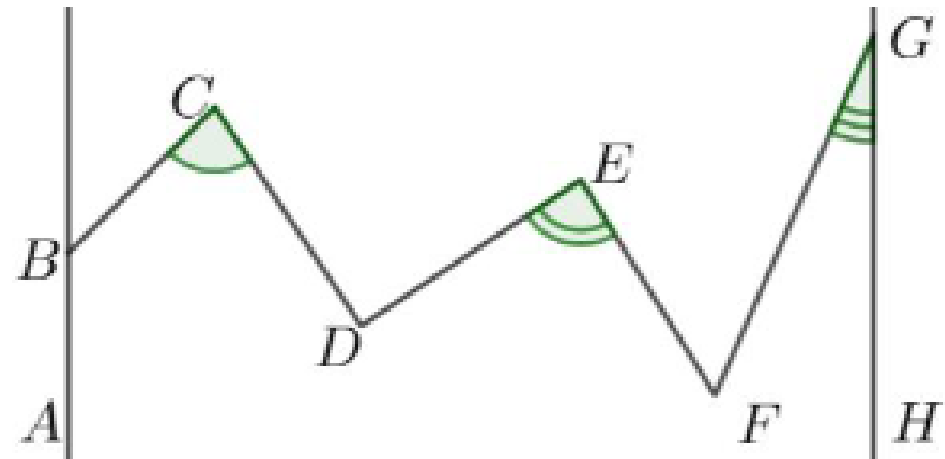
7.3. uzdevums. Divus taisnstūra lapas stūrus nolocīja tā, kā parādīts attēlā. Izrādījās, ka lapas apakšējā mala tika sadalīta trīs vienāda garuma nogriežņos un augšējā mala – divos vienāda garuma nogriežņos. Pierādīt, ka iekrāsotais trijstūris ir vienādmalu!



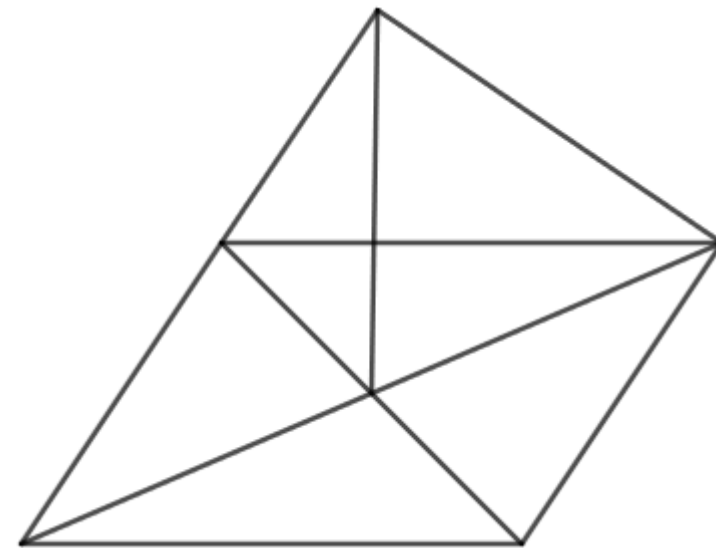
7.4. uzdevums. Izliektā četrstūrī $ABCD$ leņķu BAD un ADC bisektrises krustojas punktā M . Pierādīt, ka $BM = CM$, ja zināms, ka $AD = AB + CD$.



7.5. uzdevums. Aprēķināt $\sphericalangle BCD + \sphericalangle DEF + \sphericalangle FGH$, ja $AB \parallel GH$, $\sphericalangle ABC = 120^\circ$, $\sphericalangle CDE = 90^\circ$ un $\sphericalangle EFG = 60^\circ$.



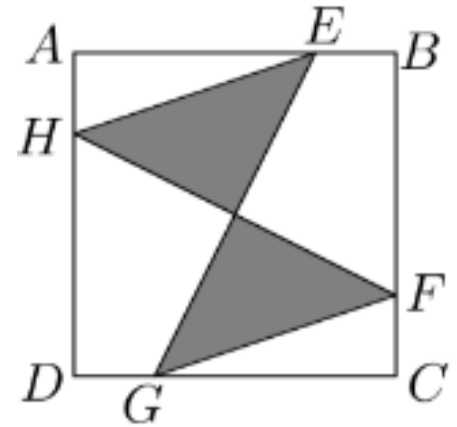
7.6. uzdevums. Dots, ka $AB \parallel CD$ un $AD \parallel BC$. Nogriežņu AC un BD krustpunkts ir M . Uz taisnes AB izvēlēts tāds punkts N , ka $AM = MN$. Pierādīt, ka $\sphericalangle ANC = 90^\circ$.



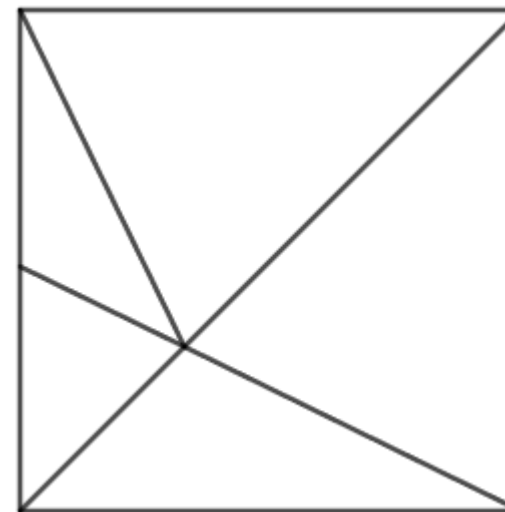
8. klase

- Lieto **trijstūra laukuma un riņķa laukuma** aprēķināšanas formulas nezināmo lielumu, t. sk. riņķa sektora laukuma aprēķināšanai.
- Aprēķina **taisnas prizmas un cilindra virsmas laukumu un tilpumu**, lieto sakarības starp lielumiem nezināmo lielumu aprēķināšanai.
- Nosaka divu taisņu savstarpējo novietojumu, lietojot **taisņu paralelitātes pazīmes**.
- Lieto sakarību par **četrstūra leņķu summu**, lai aprēķinātu nezināmos lielumus, formulētu apgalvojumus par figūru īpašībām.
- Lieto **paralelograma (t. sk. romba, taisnstūra, kvadrāta) īpašības**, lai aprēķinātu nezināmos lielumus, formulētu apgalvojumus par figūru īpašībām.
- Lieto **paralelograma un romba laukuma** formulas nezināmo lielumu aprēķināšanai.
- Pierāda **divu taisnleņķa trijstūru vienādību**, izmantojot trijstūru vienādības pazīmes.
- Lieto **Pitagora teorēmu**, lai aprēķinātu taisnleņķa trijstūra nezināmo malu, nezināmo lielumu plaknes figūrā.

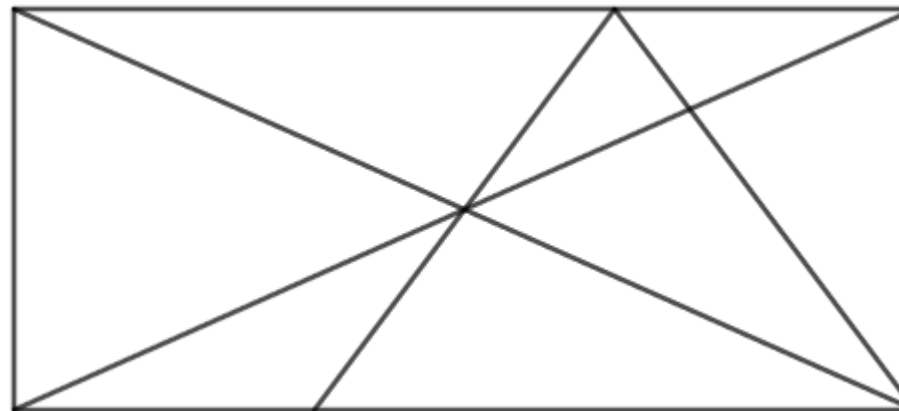
8.1. uzdevums. Uz kvadrāta $ABCD$ malām atzīmēti punkti E , F , G un H tā, ka $\frac{AE}{EB} = \frac{BF}{FC} = \frac{CG}{GD} = \frac{DH}{AH} = 9$. Aprēķināt iekrāsotās daļas laukuma attiecību pret $ABCD$ laukumu!



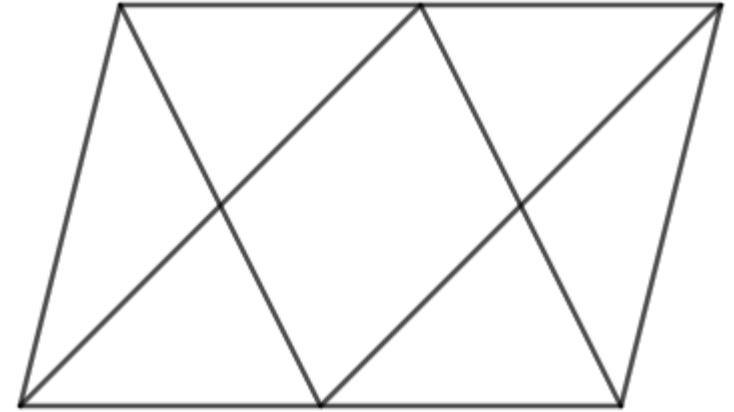
8.2. uzdevums. Kvadrātā $ABCD$ novilkta diagonāle AC un uz tās atzīmēts punkts E tā, ka $\sphericalangle DEC = 75^\circ$. Nogriežņa DE pagarinājums krusto malu AB punktā F . Pierādīt, ka $EF = FB$!



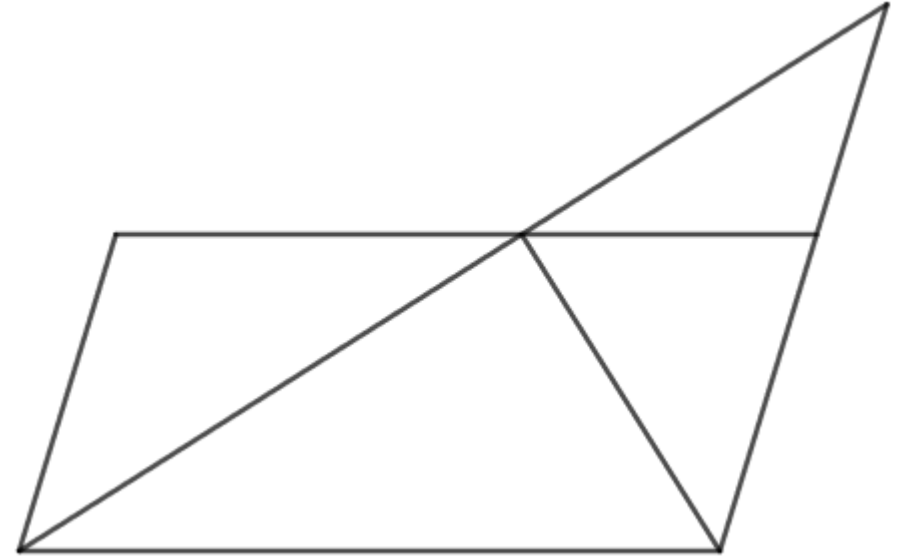
8.3. uzdevums. Caur taisnstūra $ABCD$ diagonāļu krustpunktu O novilkta taisne PQ tā, ka P atrodas uz AD , Q – uz BC un $PQ = QD$. Pierādīt, ka $DP = 2AP$.



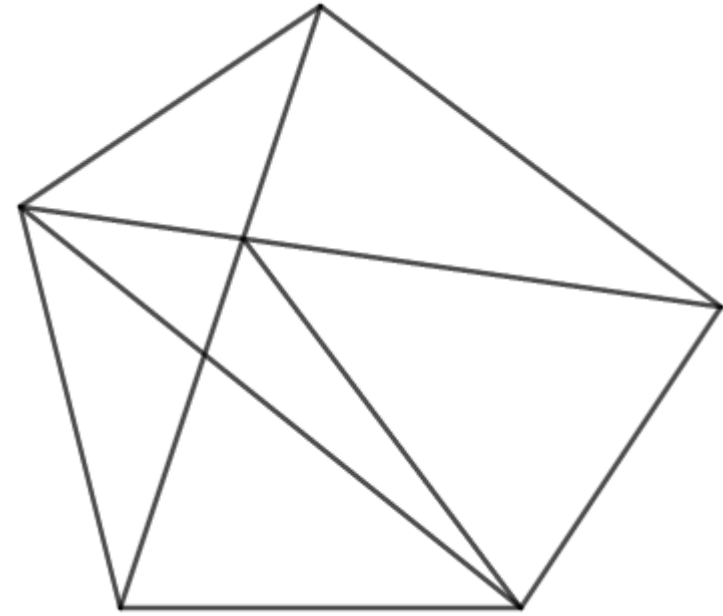
8.4. uzdevums. Paralelograma $ABCD$ malu BC un AD viduspunkti ir attiecīgi E un F . Aprēķināt četrstūra laukumu, ko ierobežo taisnes AE , ED , BF un FC , ja zināms, ka $ABCD$ laukums ir 100.



8.5. uzdevums. Dots paralelograms $ABCD$. Leņķa BAD bisektrise krusto malu BC iekšējā punktā E un CD pagarinājumu punktā F . Pierādīt, ka $BC = DF$, ja zināms, ka DE ir perpendikulārs AF .



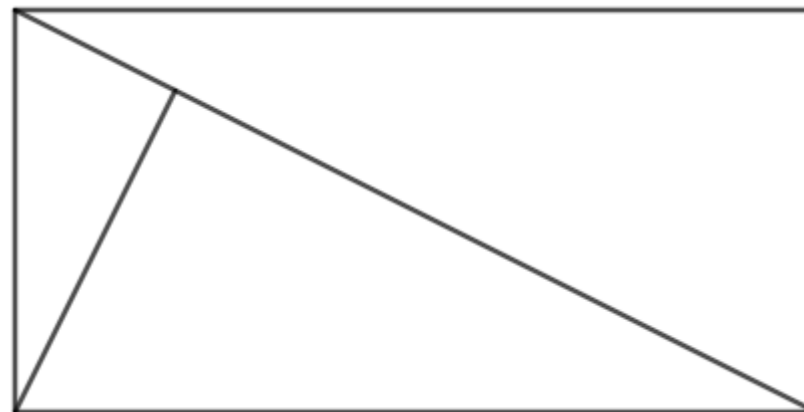
8.6. uzdevums. Izliekta piecstūra $ABCDE$ diagonāļu AC un BD krustpunkts ir M , AC un BE krustpunkts ir K . Zināms, ka $AK = CM$ un $BK = KE = AE$. Pierādīt, ka $EM = BC$.



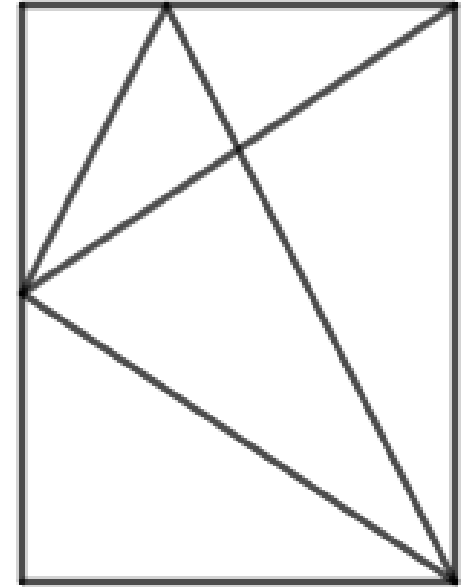
9. klase

- Ar cirkuli un lineālu sadala nogriežni vienādās daļās, lietojot **Talesa teorēmu**.
- Nosaka **proporcionālus nogriežņus**, ja leņķi krusto paralēlas taisnes; lieto teorēmu par proporcionāliem nogriežņiem, lai aprēķinātu nezināmo lielumu.
- Lieto **trijstūra viduslīnijas** īpašību nezināmo lielumu noteikšanai.
- Saskata **līdzīgus trijstūrus**, pamato līdzību ar definīciju vai kādu no pazīmēm.
- Lieto **līdzīgu trijstūru elementu, perimetru un laukumu attiecību** nezināmo lielumu noteikšanai.
- Lieto **trapeces un vienādsānu trapeces īpašības, trapeces viduslīnijas īpašību**, lai aprēķinātu figūru nezināmos lielumus, formulētu apgalvojumus par figūru īpašībām. Lieto trapeces laukuma formulu nezināmo lielumu aprēķināšanai.
- Aprēķina taisnleņķa trijstūra nezināmos lielumus, ja dots viena šaurā leņķa lielums un vienas malas garums vai divu malu garumi.
- Lieto **trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī**, lai aprēķinātu plaknes figūru lielumus.
- Lieto **riņķa līnijas pieskares** īpašību plaknes figūras īpašību pamatošanai, nezināmo lielumu noteikšanai.
- Aprēķina **daudzstūra leņķu summu**, nosaka daudzstūra veidu, zinot leņķu summu. Nosaka nezināmo lielumu, izmantojot sakarību starp regulāra daudzstūra leņķa lielumu un leņķu summu.

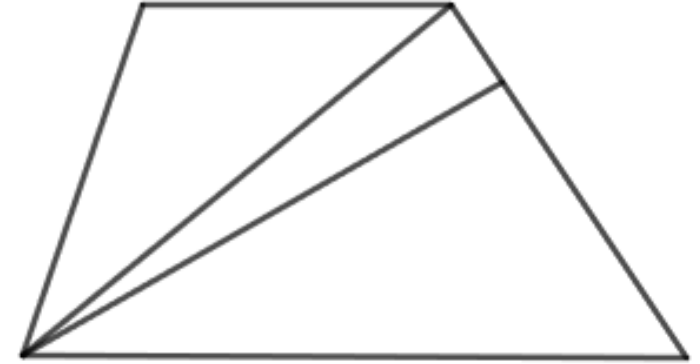
9.1. uzdevums. Vai jebkuru taisnstūri var sagriezt a) 2014, b) 2015 savstarpēji līdzīgos trijstūros?



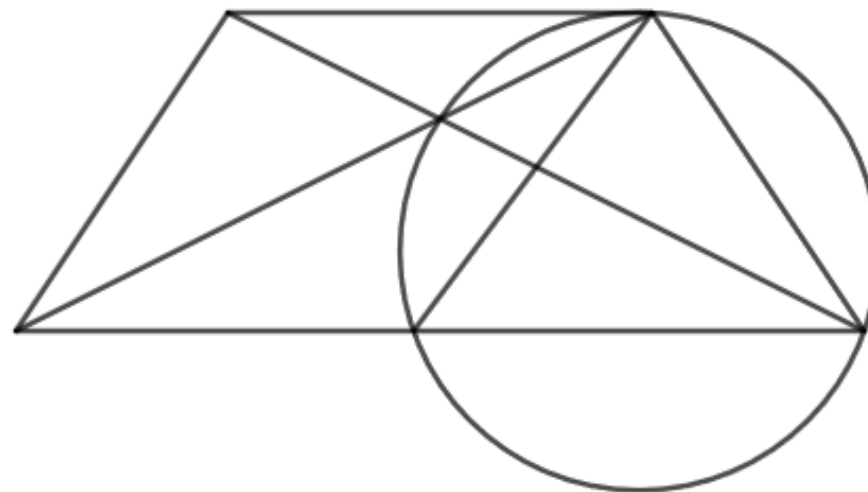
9.2. uzdevums. Dots taisnstūris $ABCD$. Malas AB viduspunkts ir M . Zināms, ka uz malas BC var izvēlēties tādu punktu N , ka $\sphericalangle BMN = \sphericalangle CDN = 30^\circ$. Pierādīt, ka trijstūris CDM ir vienādmalu!



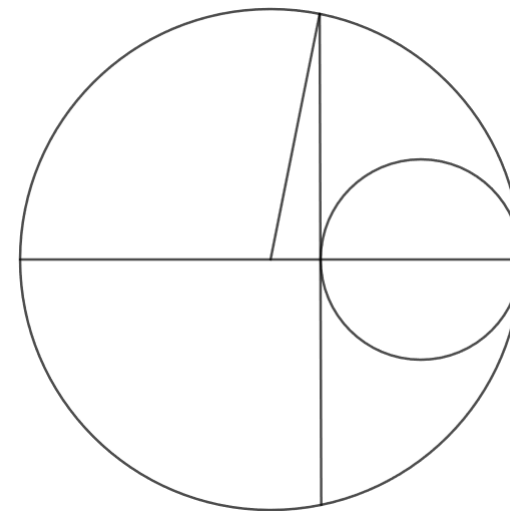
9.3. uzdevums. Trapeces $ABCD$ pamatu attiecība $BC : AD = 3 : 5$. Uz sānu malas CD atlikts punkts E tā, ka nogrieznis AE dala trapeces laukumu uz pusēm. Kādā attiecībā punkts E sadala sānu malu CD ?



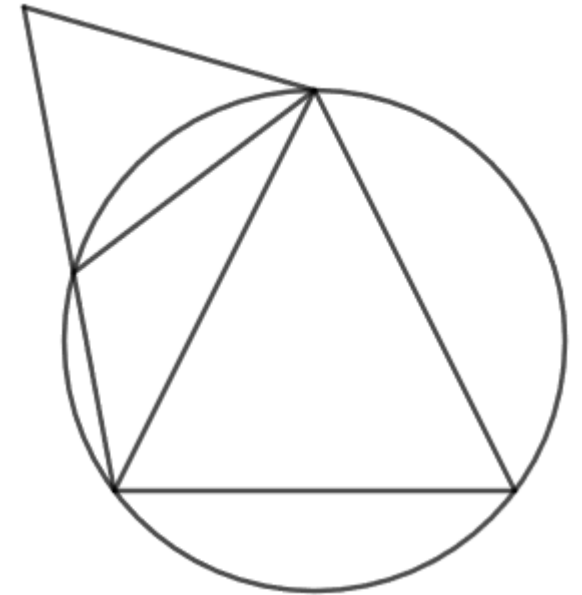
9.4. uzdevums. Vienādsānu trapeces $ABCD$ sānu malas ir AB un CD , bet diagonāles AC un BD krustojas punktā E . Ap trijstūri CDE apvilkta riņķa līnija krusto garāko pamatu AD iekšējā punktā F . Nogriežņu CF un BD krustpunkts ir G . Nosaki $\sphericalangle CGD$ lielumu, ja $\sphericalangle CAD = \alpha$!



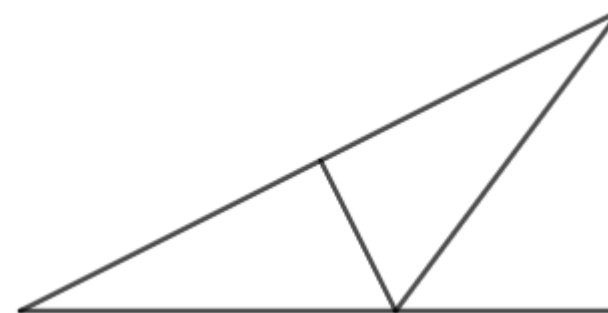
9.5. uzdevums. Divas riņķa līnijas ω_1 un ω_2 iekšēji pieskaras punktā A (ω_2 atrodas ω_1 iekšpusē) un ω_1 centrs neatrodas ω_2 iekšpusē. Riņķa līnijas ω_1 diametrs AB šķērso ω_2 punktā C . Zināms, ka ω_1 hordas DE , kas iet caur C perpendikulāri AB , garums sakrīt ar BC garumu. Aprēķināt ω_1 un ω_2 diametru garumu attiecību $AB : AC$.



9.6. uzdevums. Ap vienādsānu trijstūri ABC ($AB = AC$) apvilka riņķa līnija. Caur virsotni B un loka AB (kas nesatur C) iekšēju punktu D novilkta taisne, uz kuras atzīmēts punkts E tā, ka $AD = AE$. Pierādīt, ka trijstūri ABC un ADE ir līdzīgi!



9.7. uzdevums. Trijstūrī ABC novilkta bisektrise BD . Zināms, ka $AD = DB$ un $AB = 2BC$. Aprēķināt $\sphericalangle BAC$ lielumu!



Atsauces

- <https://mape.skola2030.lv/resources/159>



- <https://www.nms.lu.lv/arhivs-un-materali/uzdevumu-arhivs/olimpiazu-uzdevumu-arhivs/>



LATVIJAS UNIVERSITĀTE
Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultāte
A. Liepas Neklātienes matemātikas skola